

第六章 机械能守恒定律

目录

1	功和功率	2
1.1	功的分析和计算	2
1.1.1	恒力和变力做功的计算	2
1.1.2	合力做功的计算方法	3
1.1.3	摩擦力做功的计算	3
1.2	功率的分析和计算	4
1.3	机车启动问题	5
2	动能定理及其应用	7
2.1	动能定理的理解和基本应用	7
2.1.1	动能	7
2.1.2	动能定理	7
2.2	动能定理与图像结合的问题	9
2.3	微专题 1 动能定理在多过程运动中的应用	11
2.3.1	题型 1 动能定理在“单向”多过程运动中的应用	12
2.3.2	题型 2 动能定理在往复运动中的应用	13
3	机械能守恒定律及其应用	14
3.1	机械能守恒的判断	14
3.2	单物体的机械能守恒问题	15
3.3	系统的机械能守恒问题	16
3.3.1	不含弹簧的物体系统	16
3.3.2	含轻弹簧的物体系统	17
4	功能关系 能量守恒	20
4.1	常见的功能关系的理解和应用	20
4.2	能量守恒定律的理解和应用	21
4.3	微专题 2 动力学和能量观点相结合的两类典型模型	23
4.3.1	题型 1 传送带模型	23
4.3.2	题型 2 滑块—木板模型	25
5	实验验证机械能守恒定律	26
5.1	实验原理及装置图	26
5.2	操作要领及注意事项	27
5.3	数据处理	27
5.4	误差分析	28
5.5	其他方案	28

1 功和功率

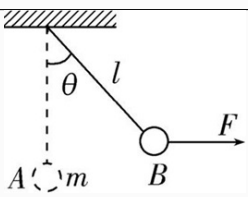
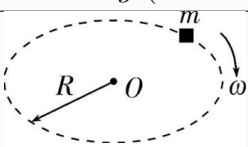
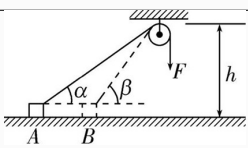
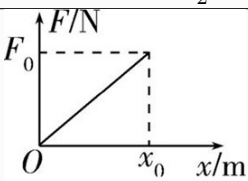
1.1 功的分析和计算

1.1.1 恒力和变力做功的计算

恒力做功的计算

受力分析找出力 + 运动分析找出位移 + 力与位移夹角 \rightarrow 通过 $W = Fl \cos \alpha \rightarrow$ 计算功的大小 + 判断功的正负

变力做功的计算

方法	以例说法
动能定理法	 <p>用力 F 把小球从 A 处缓慢拉到 B 处, F 做功为 W_F, 则有 $W_F - mgl(1 - \cos \theta) = 0$, 得 $W_F = mgl(1 - \cos \theta)$</p>
微元法	 <p>克服摩擦力做功 $W_f = f \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots) = f \cdot 2\pi R$</p>
功率法	<p>汽车以恒定功率 P 在水平路面上运动 t 时间的过程中, 牵引力做功 $W_F = Pt$</p>
等效转换法	 <p>用恒力 F 把物块从 A 拉到 B, 绳子对物块做的功 $W = F \cdot \left(\frac{h}{\sin \alpha} - \frac{h}{\sin \beta} \right)$</p>
平均力法	<p>弹簧由伸长量为 x_1 被继续拉至伸长量为 x_2 的过程中, 克服弹力做功 $W = \frac{kx_1 + kx_2}{2} \cdot (x_2 - x_1)$</p>
图像法	 <p>一随位移均匀变化的水平拉力 F 拉着一物体在水平面上运动的位移为 x_0, $F - x$ 图线与横轴所围面积表示拉力所做的功, $W = \frac{1}{2}F_0x_0$</p>

点拨提醒: 平均力法中, 平均力为力关于位移的平均值。

1.1.2 合力做功的计算方法

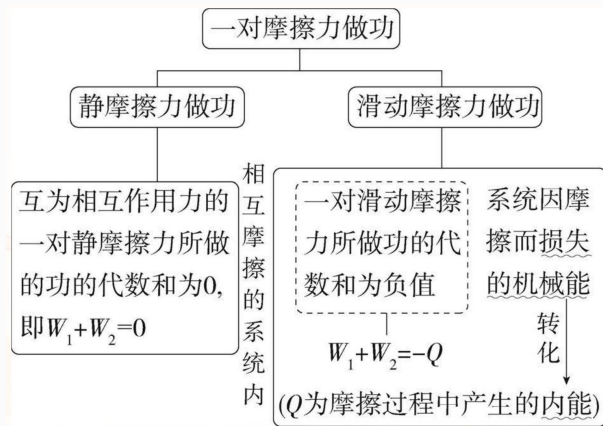
方法一：先求合力 $F_{\text{合}}$ ，再用 $W_{\text{合}} = F_{\text{合}}l \cos \alpha$ 求功（适用于合力为恒力）。

方法二：先求各个力做的功 $W_1 W_2 W_3 \cdots$ ，再应用 $W_{\text{合}} = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots$ 求合力做的功（适用于多阶段运动过程）。

方法三：利用动能定理 $W_{\text{合}} = E_{k2} - E_{k1}$ （已知初、末状态的动能求合力做的功）。

1.1.3 摩擦力做功的计算

摩擦力可以做正功，也可以做负功，还可以不做功。摩擦力做功与路径有关。

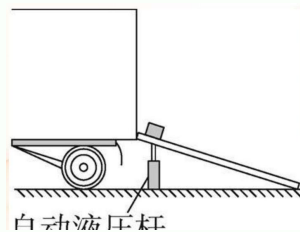


即练即清

判断正误，正确的打 \checkmark ，错误的打 \times 。

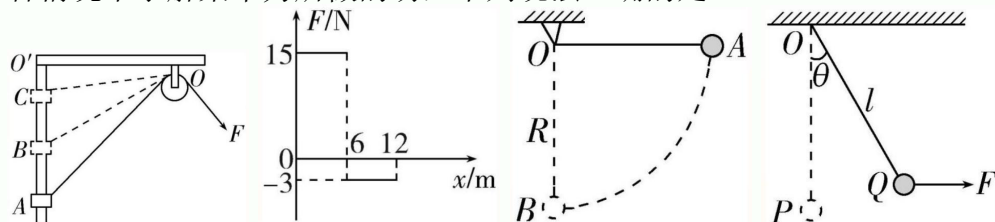
使用如图所示的卸货装置从高处卸下货物时，先将货物放置在粗糙的木板上端，货物开始加速下滑的同时，自动液压杆启动并逐渐缩短，液压杆装置最终完全缩回到地面以下，在此过程中

- (1) 货物所受支持力与其反作用力都做正功。()
- (2) 货物所受重力不做功。()
- (3) 货物所受摩擦力与其反作用力均做负功。()
- (4) 货物所受合力做正功。()



典例 1

(2024 届福建莆田期中) 如图所示 (从左至右分别为甲乙丙丁), 对于甲、乙、丙、丁四种情况下求解某个力所做的功, 下列说法正确的是 ()



- A. 图甲中若 F 不变, 物块从 A 到 C 过程中力 F 做的功 $W = F \times AC$
- B. 图乙中, 全过程中 F 做的总功为 72 J
- C. 图丙中, 若空气阻力 f 大小不变, 小球从 A 运动到 B 过程中空气阻力做的功 $W = \frac{1}{2}\pi Rf$
- D. 图丁中, F 始终保持水平, 忽略空气阻力, 无论是用 F 缓慢将小球从 P 拉到 Q , 还是 F 为恒力将小球从 P 拉到 Q , F 做的功都是 $W = Fl \sin \theta$

1.2 功率的分析和计算

1. 功率的定义: 功与完成这些功所用时间之比。功率描述力做功的快慢。
2. 平均功率的计算
 - (1) 利用 $\bar{P} = \frac{W}{t}$ 。
 - (2) 利用 $\bar{P} = F \cdot \bar{v}_F$, 其中 F 必须为恒力, \bar{v}_F 为物体沿 F 方向的平均速度。
3. 瞬时功率的计算
 - (1) 利用公式 $P = F \cdot v \cos \alpha$, 其中 v 为 t 时刻的瞬时速度。
 - (2) 利用公式 $P = F \cdot v_F$, 其中 v_F 为物体的速度 v 在力 F 方向上的分速度。
 - (3) 利用公式 $P = F_v \cdot v$, 其中 F_v 为物体受到的外力 F 在速度 v 方向上的分力。

典例 2

(2024 届广东深圳人大附中月考) (多选) 如图所示, 游乐园里, 质量为 m 的小女孩从滑梯顶端由静止滑下。空气阻力不计, 滑梯可等效为倾角为 θ 的斜面。已知小女孩滑到滑梯底端的速率为 v , 滑梯顶端到地面的距离为 h , 重力加速度为 g , 下列判断正确的是 ()

- A. 小女孩下滑过程中支持力做正功
- B. 小女孩下滑过程受到的摩擦力与其反作用力总功为零
- C. 小女孩下滑过程中重力的平均功率为 $\frac{1}{2}mgv \sin \theta$
- D. 小女孩刚下滑到底端时重力的瞬时功率为 $mgv \sin \theta$



1.3 机车启动问题

两种启动方式

	以恒定功率启动	以恒定加速度启动
P - t 图像		
F - t 图像		
v - t 图像		
OA 段过程分析	$v \uparrow \Rightarrow F = \frac{P_{\text{额}}(\text{不变})}{v} \downarrow a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m}$	$a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m}$ 不变 $\Rightarrow F$ 不变 $v \uparrow \Rightarrow P = Fv \uparrow$ 直到 $P = P_{\text{额}} = Fv_1$
运动性质	加速度减小的加速直线运动	匀加速直线运动, 持续时间 $t_0 = \frac{v_1}{a}$
AB 段过程分析	$F = F_{\text{阻}} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_{\text{阻}}}$	$v \uparrow \Rightarrow F = \frac{P_{\text{额}}}{v} \downarrow a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m} \downarrow$
运动性质	以 v_m 做匀速直线运动	加速度减小的加速直线运动
BC 段	—	$F = F_{\text{阻}} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ 以 $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_{\text{阻}}}$ 做匀速直线运动

典例 3

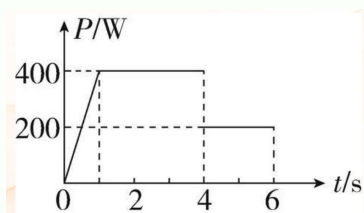
(2020 天津, 8.5 分) (多选) 复兴号动车在世界上首次实现速度 350 km/h 自动驾驶功能, 成为我国高铁自主创新的又一重大标志性成果。一列质量为 m 的动车, 初速度为 v_0 , 以恒定功率 P 在平直轨道上运动, 经时间 t 达到该功率下的最大速度 v_m , 设动车行驶过程所受到的阻力 F 保持不变。动车在时间 t 内 ()

- A. 做匀加速直线运动
 B. 加速度逐渐减小
 C. 牵引力的功率 $P = Fv_m$
 D. 牵引力做功 $W = \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$



高考变式 (水平变竖直 · 图像分析) 一提升装置把静置于水平地面上的重物竖直向上提升的过程中, 提升装置功率随时间变化的 $P-t$ 图像如图所示。在 $t = 1$ s 时, 重物上升的速度达到最大速度的一半, 在 $t = 3$ s 时, 达到最大速度 $v_m = 20$ m/s, 在 $t = 6$ s 时, 重物再次匀速上升, 取 $g = 10$ m/s², 不计一切阻力。下列说法正确的是 ()

- A. 在 $0 \sim 1$ s 时间内, 重物做加速度逐渐增大的运动
 B. 在 $t = 1$ s 时, 重物的加速度大小为 20 m/s²
 C. 在 $t = 6$ s 时, 重物的速度大小为 5 m/s
 D. 在 $0 \sim 6$ s 时间内, 重物上升的高度为 85 m



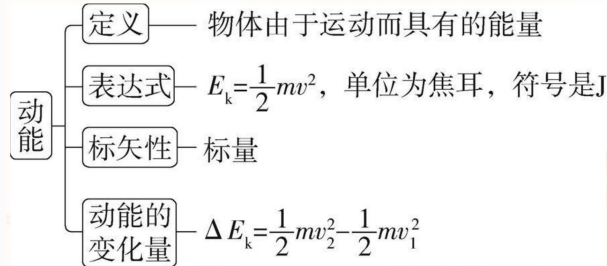
提分关键 · 规律总结: 机车启动问题三个重要关系式

1. 无论哪种启动方式, 机车的最大速度都等于其匀速运动时的速度, 即 $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_{\text{阻}}}$ 。
2. 机车以恒定加速度启动的过程中, 匀加速过程结束时, 功率最大, 但速度不是最大, $v_1 = \frac{P_{\text{额}}}{F} < v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_{\text{阻}}}$ 。
3. 机车以恒定功率启动时, 牵引力做的功 $W = P_{\text{额}}t$ 。由动能定理得 $P_{\text{额}}t - F_{\text{阻}}x = \Delta E_k$ 。此式经常用于求解机车以恒定功率启动过程的位移大小或运动时间。

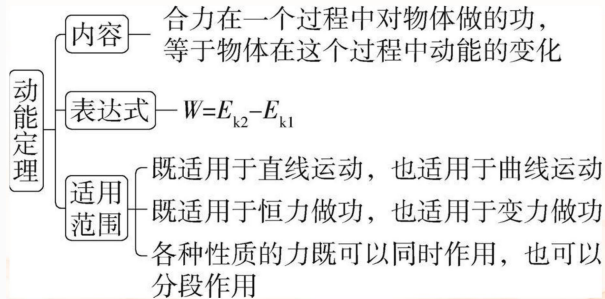
2 动能定理及其应用

2.1 动能定理的理解和基本应用

2.1.1 动能



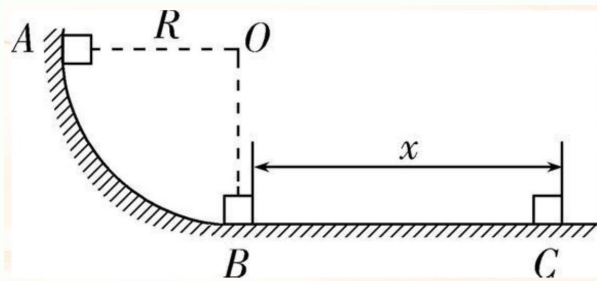
2.1.2 动能定理



能力进阶

典例 1 四分之一粗糙圆弧轨道的半径为 0.45 m, 底端与水平轨道平滑相切。有一质量为 0.2 kg 的物体 (可视为质点) 自最高点 A 从静止开始下滑到圆弧最低点 B。然后沿水平轨道前进 0.4 m 到达 C 点停止。设物体与轨道间的动摩擦因数为 0.5 (g 取 10 m/s^2), 求:

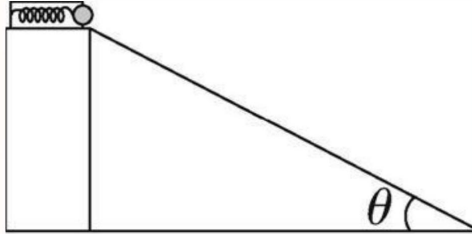
- (1) 物体到达 B 点时的速度大小;
- (2) 物体在圆弧轨道上克服摩擦力所做的功。



进阶 1 (对“ v^2 ”的运用) 如图所示, 在倾角为 θ 的斜面顶端有一压缩的弹簧, 弹簧将一个小球弹射出去, 若小球从斜面水平抛出的初动能为 E_1 , 小球落到斜面上的动能为 E_2 . 不计空气阻力, 下列结论正确的是 ()

A. $\tan \theta = \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{E_1}}$

- B. $\tan \theta = \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{2E_1}}$
 C. $\tan \theta = \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{3E_1}}$
 D. $\tan \theta = \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{4E_1}}$



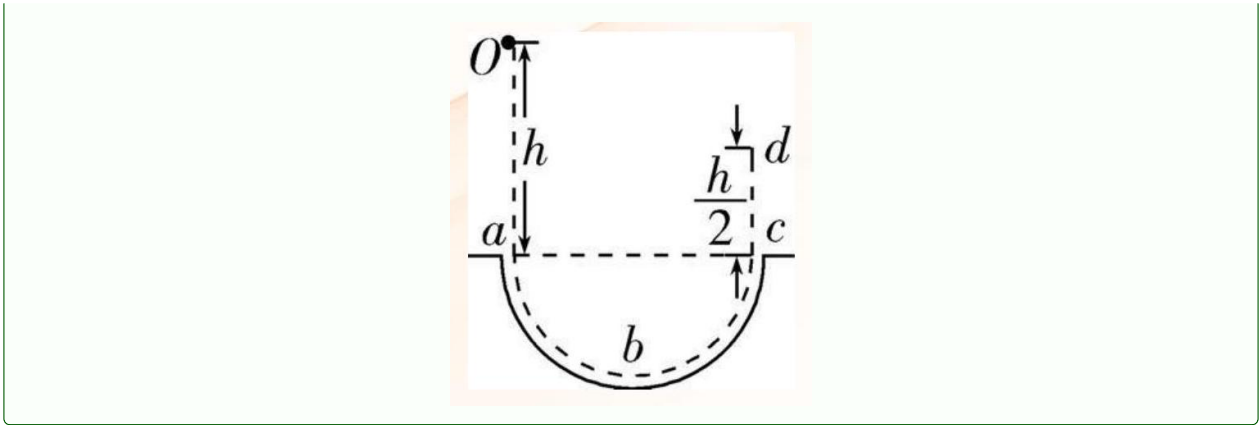
进阶 2 (瞬时力做功) 如图所示, 篮球以与水平面成 45° 的倾角准确落入篮筐, 假设运动员投篮时在空中的速度恰好为零且投球点和篮筐正好在同一水平面上, 投球点到篮筐的水平距离为 5 m。篮球质量约 600 g, 不考虑空气阻力, g 取 10 m/s^2 。根据以上数据, 下列说法正确的是 ()

- A. 篮球投出后到达的最高点距篮筐的竖直距离为 2.5 m
 B. 篮球进筐的速度为 5 m/s
 C. 运动员投出篮球过程中, 对篮球做的功约为 15 J
 D. 从投球点到落入篮筐的过程中, 篮球运动的时间为 2 s

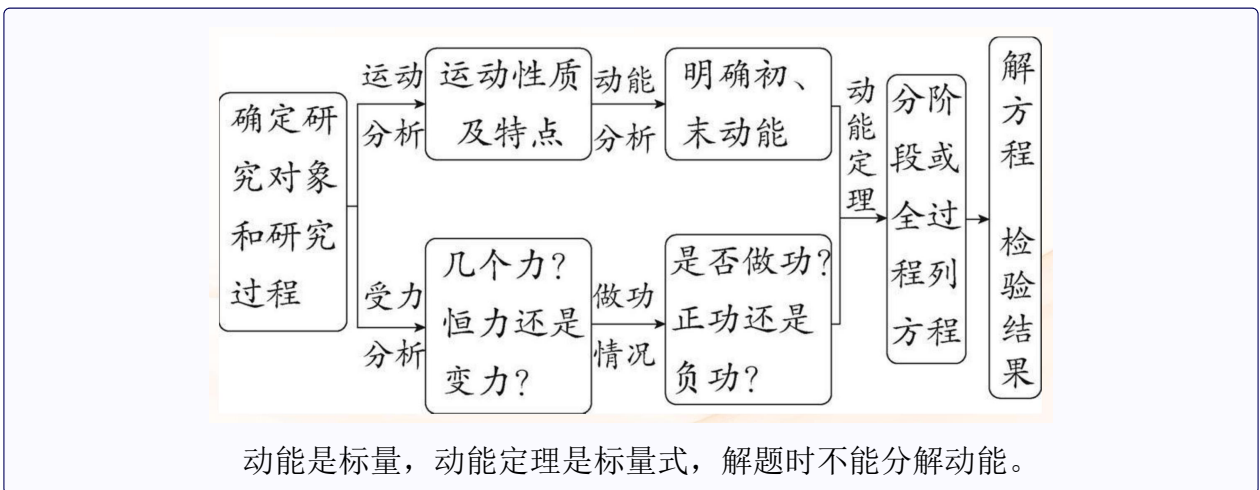


进阶 3 (定性分析变力做功) (多选) 冬奥会上有一种单板滑雪 U 型池项目, 如图所示为 U 型池示意图。半径 $R = \frac{1}{2}h$ 的半圆形池内各处粗糙程度相同, 其中 $a c$ 在同一水平面, 且 b 为 U 型池最低点。某运动员从距 a 点正上方 h 高的 O 点自由下落, 由左侧切线进入池中, 从右侧切线飞出后上升至最高位置 d 点 (相对 c 点高度为 $\frac{1}{2}h$)。不计空气阻力, 重力加速度为 g , 则运动员 ()

- A. 每次经过 b 点时重力的功率不同
 B. 第一次经过 c 点时的速度大小为 \sqrt{gh}
 C. 第一次经过 b 点时的速度大小为 $\sqrt{\frac{5}{2}gh}$
 D. 从 d 向下返回一定能越过 a 点再上升一定高度



提分关键 • 规律总结: 应用动能定理解题的一般步骤



2.2 动能定理与图像结合的问题

常见图像的分析



典例 2

(2021 湖北, 4, 4 分) 如图 (a) 所示, 一物块以一定初速度沿倾角为 30° 的固定斜面上滑, 运动过程中摩擦力大小恒定, 物块动能 E_k 与运动路程 s 的关系如图 (b) 所示。重力加速度大小取 10 m/s^2 , 物块质量 m 和所受摩擦力大小分别为 ()

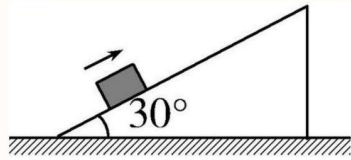


图 1: 图 (a)

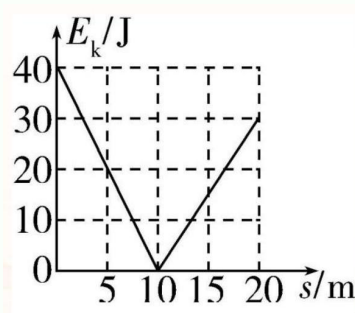


图 2: 图 (b)

- A. $m = 0.7 \text{ kg}, f = 0.5 \text{ N}$
- B. $m = 0.7 \text{ kg}, f = 1.0 \text{ N}$
- C. $m = 0.8 \text{ kg}, f = 0.5 \text{ N}$
- D. $m = 0.8 \text{ kg}, f = 1.0 \text{ N}$

高考变式 (直线变曲线) 跳台滑雪是一项深受勇敢者喜爱的滑雪运动。图甲为某跳台滑雪运动员从跳台 a 处 (长度可忽略不计) 沿水平方向飞出, 经 2 s 在斜坡 b 处着陆的示意图, 图乙为运动员从 a 运动到 b 时的动能 E_k 随时间 t 变化的关系图像。不计空气阻力作用, $g = 10 \text{ m/s}^2$, 下列说法正确的是 ()

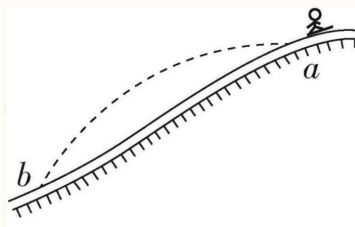


图 3: 甲

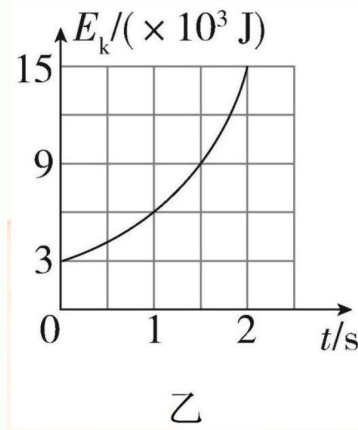


图 4: 乙

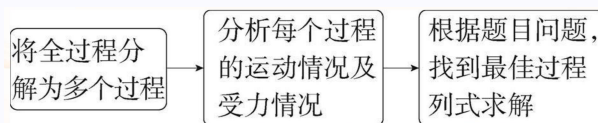
- A. 运动员的质量为 50 kg
- B. 运动员到达 b 点时速度与水平方向夹角为 45°
- C. 运动员从 a 运动到 b , 重力做功为 $12 \times 10^3 \text{ J}$
- D. 运动员离坡面最远的位置在 ab 的中垂线上

2.3 微专题 1 动能定理在多过程运动中的应用

动能定理既适用于直线运动，也适用于曲线运动；既适用于恒力做功，也适用于变力做功；既适用于单过程运动，也适用于多过程运动。

1. 当物体运动涉及多个阶段和多个过程时，若题目要求计算某一中间物理量，需分阶段列动能定理；若不需要研究运动的中间状态，可以对全程列动能定理，从而避开每个运动过程的具体细节。

2. 思路分析



点拨提醒:

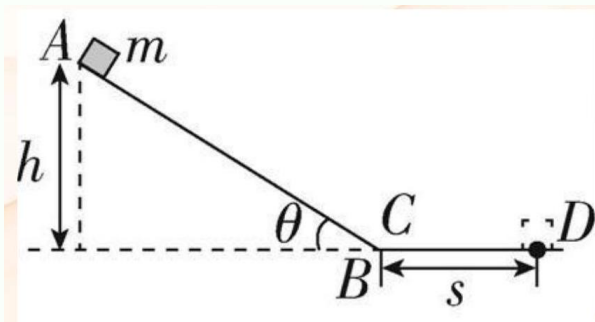
- (1) 各阶段的衔接点起承前启后的作用。
- (2) 变力做功容易出错，需重点分析。

2.3.1 题型 1 动能定理在“单向”多过程运动中的应用

典例 1

(2024 届陕西宝鸡期末) 如图所示, $ABCD$ 是一条长轨道, 其中 AB 段是倾角为 θ 的斜面, CD 段是水平的, BC 段是与 AB 和 CD 都相切的一小段圆弧, 其长度可以忽略不计。一质量为 m 的滑块 (可视为质点) 在 A 点由静止释放, 沿轨道滑下, 最后停在 D 点, AC 之间高度差为 h , CD 之间距离为 s 。现用一方向始终与轨道平行的力推滑块, 使它缓慢地由 D 点推回到 A 点。滑块与轨道间的动摩擦因数为 μ , 重力加速度为 g , 则推力对滑块做的功为 ()

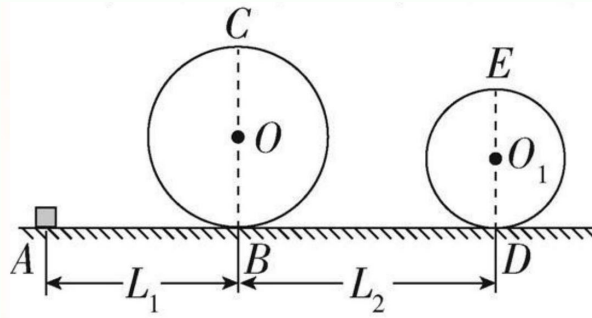
- A. mgh
 B. $2mgh$
 C. $\mu mg(s + \frac{h}{\sin\theta})$
 D. $\mu mgs + \mu mgh \cot\theta$



典例 2

如图所示为过山车的简易模型, 由水平轨道和两个竖直平面内的圆弧轨道组成, B D 分别是两个圆弧轨道的最低点, C E 分别是两个圆弧轨道的最高点, 第一个圆弧轨道的半径为 R_1 , 第二个圆弧轨道的半径 $R_2 = 1.6 \text{ m}$ 。一个可视为质点、质量为 $m = 1.0 \text{ kg}$ 的滑块, 从水平轨道的左侧 A 点被弹射装置弹出, 获得 $E_0 = 56 \text{ J}$ 的初动能, 从 A 点开始沿轨道向右运动, AB 间距 $L_1 = 6.0 \text{ m}$ 。滑块与水平轨道间的动摩擦因数 $\mu = 0.1$, 两个圆弧轨道是光滑的且不重叠。重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

- (1) 求滑块第一次到达位置 B 时的速度 v ;
- (2) 若滑块恰好经过第一个圆弧轨道的最高点 C , 求其圆弧轨道的半径 R_1 ;
- (3) 在 (2) 问条件下, 若 BD 之间的距离 L_2 可以调节, 保证滑块在第二个圆弧轨道中运动时不会脱离轨道, 求 L_2 的调节范围。



2.3.2 题型 2 动能定理在往复运动中的应用

1. 往复运动的特性是什么？

物体的运动过程具有重复性、往返性，描述运动的物理量多数是变化的，而且重复的次数又往往是无限或者难以确定的。

2. 往复运动中特殊的物理量是什么？

路程。往复运动的路程不再与位移相等，使得利用运动学公式解题复杂烦琐。

3. 哪些力做的功与路程无关或相关？

(1) 无关：重力。重力做功只与初、末位置有关，与路径和路程无关。

(2) 相关：滑动摩擦力（或其他阻力）。克服摩擦力做的功 $W_F = fs$ ， s 为路程。

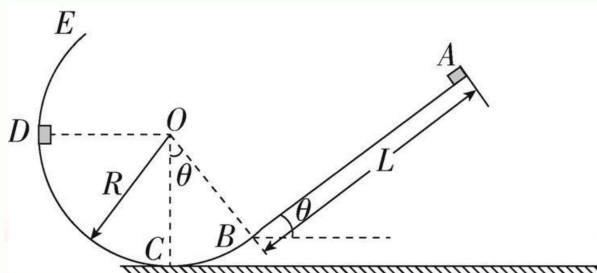
4. 动能定理的便捷性体现在哪里？

动能定理只涉及物体的初、末状态，可简化运动过程中的分析。

典例 3

(2024 届山东济宁嘉祥一中期中) 如图所示，在竖直平面内，长为 L 、倾角 $\theta = 37^\circ$ 的粗糙斜面 AB 下端与半径 $R = 1\text{ m}$ 的光滑圆弧轨道 $BCDE$ 平滑相接于 B 点， C 点是轨道最低点， D 点与圆心 O 等高。现有一质量 $m = 0.1\text{ kg}$ 的小物体从斜面 AB 上端的 A 点无初速度下滑，恰能到达圆弧轨道的 D 点。若物体与斜面之间的动摩擦因数 $\mu = 0.25$ ，不计空气阻力， g 取 10 m/s^2 ， $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\cos 37^\circ = 0.8$ ，求：

- (1) 斜面 AB 的长度 L ；
- (2) 物体第一次通过 C 点时的速度大小 v_{C1} ；
- (3) 物体经过 C 点时，轨道对它的最小支持力 $F_{N\min}$ ；
- (4) 物体在粗糙斜面 AB 上滑行的总路程 $S_{\text{总}}$ 。



3 机械能守恒定律及其应用

3.1 机械能守恒的判断

一、重力势能

1. 重力做功的特点：物体运动时，重力对它做的功只跟它的起点和终点的位置有关，而跟物体运动的路径无关。

2. 重力势能的表达式： $E_p = mgh$ (h 是物体相对于参考平面的高度)。

3. 重力势能的变化与重力做功的关系

重力对物体做多少正功，物体的重力势能就减少多少；重力对物体做多少负功，物体的重力势能就增加多少，即 $W_G = -\Delta E_p$ 。

二、弹性势能

1. 表达式： $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ (x 是相对弹簧原长的形变量)。

2. 弹力做功与弹性势能变化的关系：弹力做正功，弹性势能减少；弹力做负功，弹性势能增加。

三、机械能守恒定律

1. 内容：在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能与势能可以互相转化，而总的机械能保持不变。

2. 表达形式

(1) 守恒观点： $E_1 = E_2$ 或 $E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$ (需选取零势能面)。

(2) 转化观点： $\Delta E_k + \Delta E_p = 0$ (动能与势能间的转化)。

(3) 转移观点： $\Delta E_A + \Delta E_B = 0$ (系统内物体间机械能的转移)。

点拨提醒机械能守恒是指整个过程中系统机械能保持不变，而非仅初、末状态机械能相等。

即练即清

判断正误，正确的打 $\sqrt{\quad}$ ，错误的打 \times 。

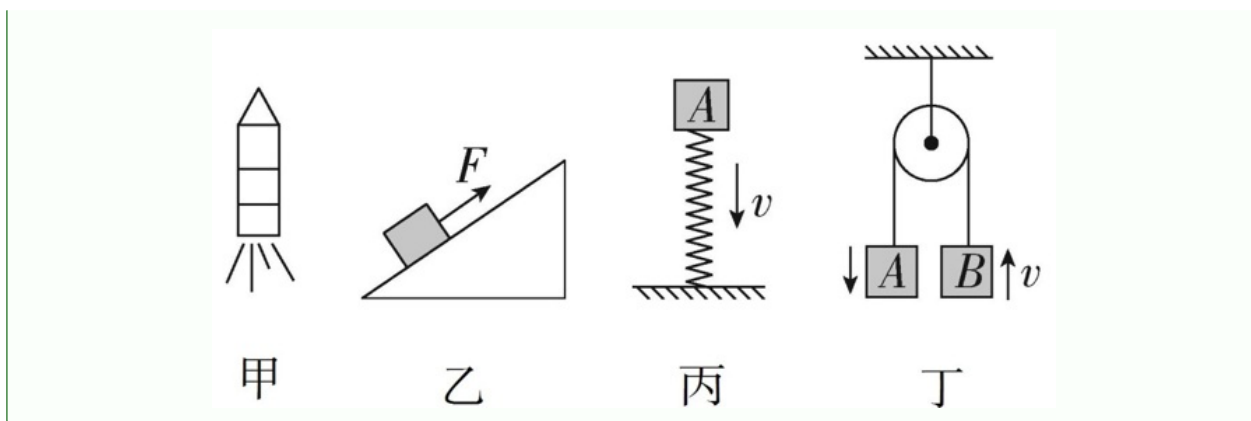
(不计摩擦、空气阻力及滑轮的质量)

(1) 甲图中，火箭升空的过程中，若匀速升空，机械能守恒，若加速升空，机械能不守恒 ()

(2) 乙图中，物块在外力 F 的作用下匀减速上滑，物块的机械能守恒 ()

(3) 丙图中，物块 A 以一定的初速度将弹簧压缩的过程中，物块 A 的机械能守恒 ()

(4) 丁图中，轻绳跨过定滑轮连接物块 AB ，物块 A 加速下落，物块 B 加速上升的过程中， AB 组成的系统机械能守恒 ()



总结归纳 · 判断机械能守恒的三种方法

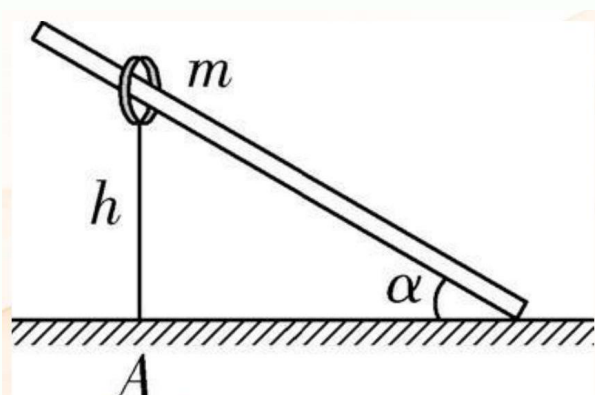
1. 条件分析法: 只有重力和系统内弹力做功, 没有其他力做功
2. 能量转化法: 只有系统内物体间动能和势能的相互转化, 系统内无机械能与其他形式能的转化
3. 特殊情境法: 绳突然绷紧、物体间非弹性碰撞等特定情境, 机械能不守恒

3.2 单物体的机械能守恒问题

典例 1

如图所示, 固定的倾斜光滑杆上套有一个质量为 m 的圆环, 圆环与一橡皮绳相连, 橡皮绳的另一端固定在地面上的 A 点, 橡皮绳竖直时处于原长且离 A 点高度为 h 。让圆环由静止沿杆滑下, 滑到杆的底端时速度为 0。重力加速度为 g 。在圆环下滑过程中 ()

- A. 圆环的机械能守恒
- B. 橡皮绳的弹性势能一直增大
- C. 橡皮绳的弹性势能增加了 mgh
- D. 橡皮绳再次达到原长时圆环动能最大



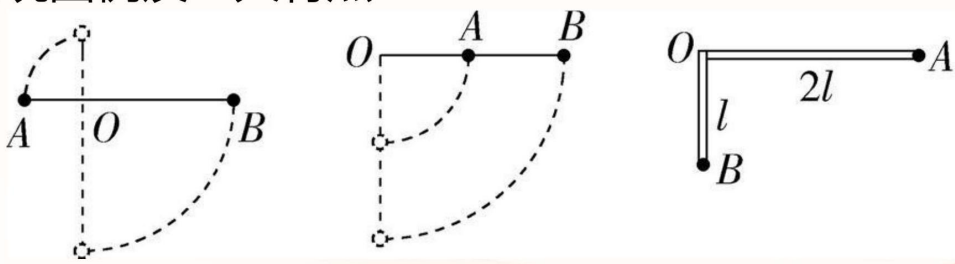
提分关键 • 规律总结: 判断机械能守恒的“两点”注意

1. 系统机械能守恒时, 机械能一般在系统内物体间转移, 其中的单个物体机械能不一定守恒。
2. 机械能守恒的条件绝不是合力做的功等于零, 更不是合力等于零, 而是只有重力和系统内弹力做功。

3.3 系统的机械能守恒问题

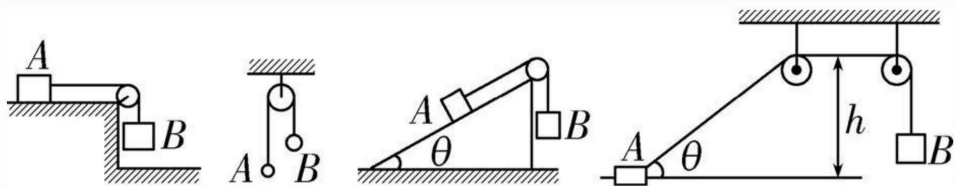
3.3.1 不含弹簧的物体系统

1. 轻杆连接的物体系统图例及三大特点



- (a) 转动时两物体角速度相等。
- (b) 杆对物体的作用力不一定沿杆的方向, 杆能对物体做功, 单个物体机械能不一定守恒。
- (c) 对于杆和物体组成的系统, 忽略空气阻力和各种摩擦且只有重力和杆的弹力对物体 A、B 做功, 则系统机械能守恒。

2. 轻绳连接的物体系统图例及三点提醒



- (a) 分清两物体是速度大小相等, 还是沿绳方向的分速度大小相等。
- (b) 抓住两物体的位移大小关系或竖直方向高度变化的关系。
- (c) 对于单个物体, 一般绳上的力要做功, 机械能不守恒; 但对于绳连接的系统, 只有重力和系统内绳的拉力做功, 其他力不做功, 则机械能守恒。

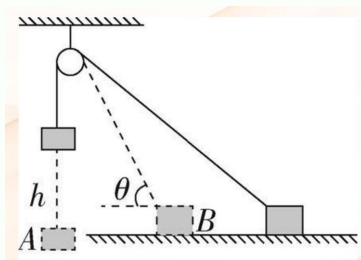
3.3.2 含轻弹簧的物体系统

1. 含轻弹簧的物体系统在只有系统内弹簧弹力和重力做功时，物体的动能、重力势能和弹簧的弹性势能之间相互转化，物体和弹簧组成的系统机械能守恒。
2. 弹簧弹力做的功与弹簧弹性势能的关系为 $W_{\text{弹}} = E_{\text{p1}} - E_{\text{p2}}$ ，且弹簧弹力做功与路径无关，只与初、末状态弹簧形变量的大小有关。
3. 由两个或两个以上的物体与弹簧组成的系统，当弹簧形变量最大时，弹簧两端连接的物体具有相同的速度（或沿弹簧方向的分速度相同）；弹簧处于自然长度时，弹簧弹性势能最小（为零）。

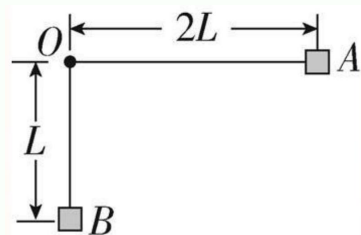
能力进阶

典例 2（2025 届山东济南开学考）如图所示，物块 A 用不可伸长的轻绳绕过轻质光滑定滑轮与置于光滑水平面上的物块 B 连接，物块 A B 的质量均为 m ，施加外力使物块 A B 保持静止，此时轻绳恰好处于伸直状态。某时刻撤去外力，两物块同时由静止开始运动，当物块 A 下落高度为 h 时，其加速度大小为 a ，方向竖直向下，此时连接物块 B 的轻绳与水平方向的夹角为 θ ，整个过程物块 B 始终未离开水平面，已知重力加速度为 g 。不计空气阻力，当物块 A 下落高度为 h 时，下列说法正确的是（ ）

- A. 物块 B 的加速度大小为 $\frac{a}{\cos \theta}$
- B. 物块 B 的加速度大小为 $(g + a) \cos \theta$
- C. 物块 A 的速度大小为 $\sqrt{\frac{2gh}{1+\cos^2 \theta}}$
- D. 物块 A 的速度大小为 $\sqrt{\frac{2gh \cos^2 \theta}{1+\cos^2 \theta}}$

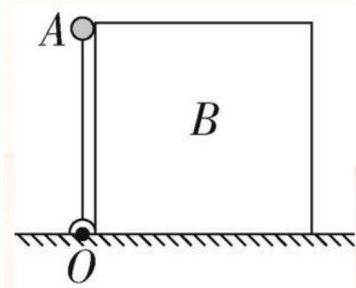


进阶 1（轻杆关联）可视为质点、质量分别为 m 和 $2m$ 的物块 A B 用“L”形轻质直角支架连接，支架的两直角边 OA OB 的长度分别为 $2L$ 和 L ，支架可以绕连接处 O 无摩擦地自由转动。将直角边 OA 水平静止释放，已知重力加速度为 g 。求物块 B 的最大速度 v 。



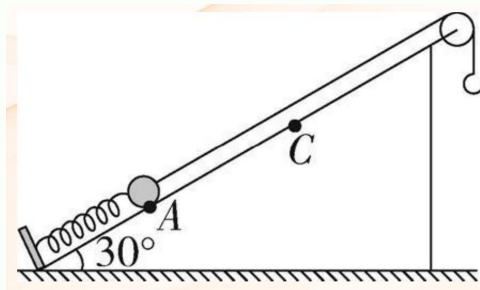
进阶 2 (接触关联) 如图所示, 长度为 L 的轻杆上端连着一质量为 m 的小球 A (可视为质点), 杆的下端用铰链连接于水平地面上的 O 点。置于同一水平地面上的立方体 B 恰与 A 接触, 立方体 B 的边长为 L , 质量为 $4m$, 重力加速度为 g 。若 AB 之间光滑, B 与地面间光滑, 则 ()

- A. AB 分离时, 二者加速度相等
- B. A 、 B 分离时, B 的速度为 $\frac{\sqrt{2gL}}{2}$
- C. A 落地前最大速度为 $\frac{\sqrt{3gL}}{2}$
- D. A 落地前最大加速度为 $\frac{\sqrt{13}}{2}g$



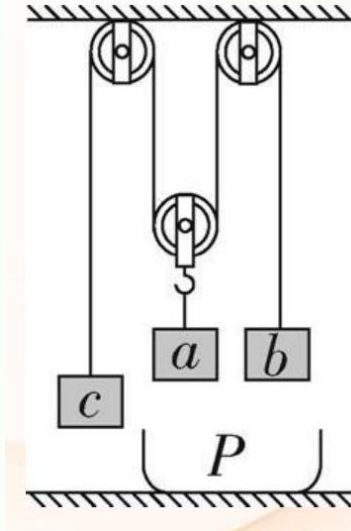
进阶 3 (含弹簧连接体) (多选) 如图所示, 固定斜面的倾角为 30° , 一劲度系数为 k 的轻质弹簧, 下端固定在斜面底端, 上端与质量为 m 的小球甲相连, 弹簧与斜面平行。一条不可伸长的轻绳绕过斜面顶端的轻质定滑轮, 一端连接小球甲, 另一端连接一轻质挂钩。开始时各段绳子都处于伸直状态, 小球甲静止在 A 点。现在挂钩上挂一质量也为 m 的小球乙, 并从静止释放小球乙, 当弹簧第一次恢复原长时小球甲运动到 B 点 (图中未画出), 一段时间后, 小球甲到达最高点 C 。不计一切摩擦, 弹簧始终在弹性限度内, 甲不会和定滑轮相碰, 乙不会和地面相碰, 重力加速度为 g , 则下列说法正确的是 ()

- A. $BC = 3AB$
- B. 小球甲从 A 点运动到 C 点, 弹簧弹性势能的变化量为 $\frac{m^2g^2}{4k}$
- C. 小球甲从 A 点运动到 C 点的过程中, 最大速度为 $\sqrt{\frac{mg^2}{2k}}$
- D. 若小球甲到达最高点 C 时绳子恰好断开, 则小球甲回到 A 点时速度恰好为零

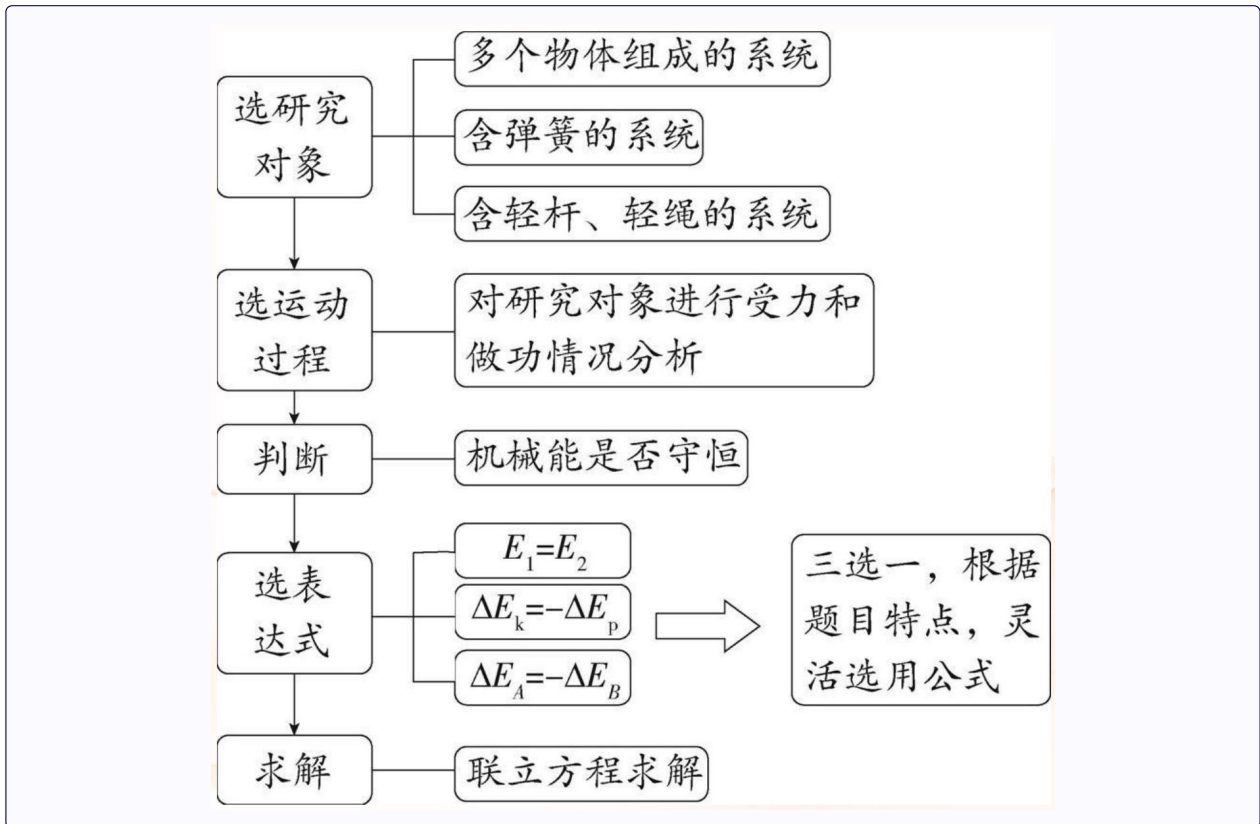


进阶 4 (多物体连接体) 某同学设计了如图所示的装置, 在轻质滑轮组上, 用轻绳连接的三个物体 abc 在外力作用下均保持静止。撤去外力后, ab 以相同加速度下落, 同时落入容器 P 中。不计一切阻力, 在 ab 落入 P 前的运动过程中 ()

- A. a 、 c 位移大小之比为 1 : 2
- B. b 、 c 加速度大小之比为 1 : 2
- C. a 、 c 构成的系统机械能守恒
- D. c 增加的机械能等于 a 减小的机械能的 1.5 倍



提分关键 • 方法提升: 系统的机械能守恒问题的解题思路



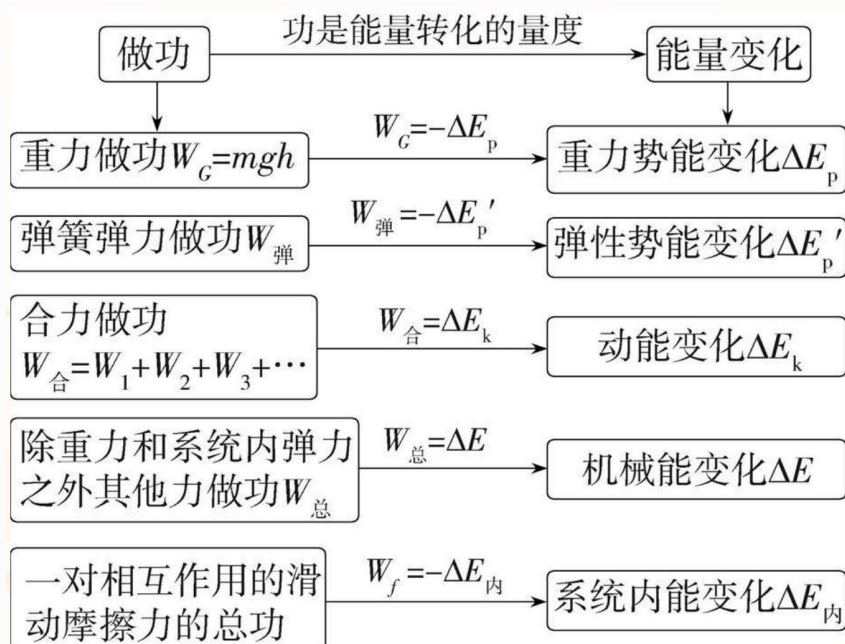
4 功能关系 能量守恒

4.1 常见的功能关系的理解和应用

1. 对功能关系的理解

功是能量转化的量度，做功的过程就是能量转化的过程，不同形式的能量发生相互转化是通过做功来实现的。做功的多少与能量转化的多少在数值上相等。

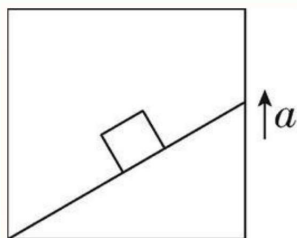
2. 力学中常见的功能关系



即练即清

判断正误，正确的打 \checkmark ，错误的打 \times 。

如图所示，在电梯中的斜面上放置了一滑块，在电梯加速上升的过程中，滑块相对斜面静止，则在该过程中



- (1) 斜面对滑块的摩擦力对滑块做的功等于动能的增加量 ()
- (2) 斜面对滑块的弹力对滑块做的功小于滑块增加的机械能 ()
- (3) 斜面对滑块的弹力对滑块做的功等于滑块增加的重力势能 ()
- (4) 滑块所受合力对滑块做的功等于滑块增加的机械能 ()

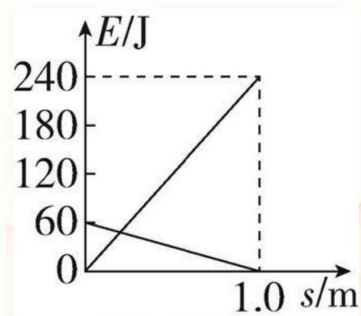
典例 1

(2023 浙江 1 月, 4, 3 分) 一位游客正在体验蹦极, 绑上蹦极专用的橡皮绳后从跳台纵身而下。游客从跳台下落直到最低点过程中 ()

- A. 弹性势能减小
- B. 重力势能减小
- C. 机械能保持不变
- D. 绳一绷紧动能就开始减小

高考变式 (定性到定量) 现有一质量为 m 的滑雪运动员从一定高度的斜坡自由下滑。如果运动员在下滑过程中受到的阻力恒定, 斜坡倾角为 30° , 运动员滑至坡底的过程中, 其机械能和动能随下滑距离 s 变化的图像如图所示, 重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$, 下列说法正确的是 ()

- A. 运动员下滑过程中只有重力做功
- B. 运动员下滑过程中受到的阻力为 60 N
- C. 运动员下滑时加速度的大小为 5 m/s^2
- D. 不能计算出运动员质量 m 的大小



4.2 能量守恒定律的理解和应用

1. 定义: 能量既不会凭空产生, 也不会凭空消失, 它只能从一种形式转化为其他形式, 或者从一个物体转移到别的物体, 在转化或转移的过程中, 能量的总量保持不变。

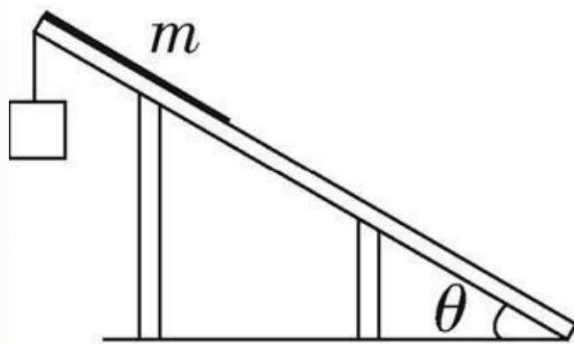
2. 对能量守恒定律的两点理解

- (1) 某种形式的能量减少, 一定存在其他形式的能量增加, 且减少量和增加量一定相等。
- (2) 某个物体的能量减少, 一定存在其他物体的能量增加, 且减少量和增加量一定相等。

典例 2

如图所示，倾角 $\theta = 30^\circ$ 的粗糙斜面固定在地面上，长为 l 、质量为 m 、粗细均匀、质量分布均匀的软绳置于斜面上，其上端与斜面顶端平齐，重力加速度为 g 。用细线将物块与软绳连接，物块由静止释放后向下运动，直到软绳刚好全部离开斜面（此时物块未到达地面），在此过程中（ ）

- A. 物块的机械能逐渐增加
- B. 软绳的重力势能共减少了 $\frac{1}{4}mgl$
- C. 物块与软绳减少的重力势能之和等于软绳克服摩擦力所做的功
- D. 软绳减少的重力势能大于其增加的动能与克服摩擦力所做的功之和



提分关键 • 方法提升: 应用能量守恒定律解题的步骤

确定研究对象和研究过程

对受力及运动过程分析，判断涉及能量的形式

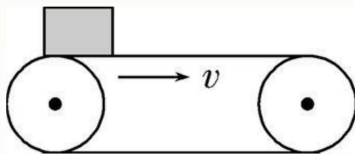
对做功正负进行分析，得到减少和增加的能量具体值

利用 $\Delta E_{\text{减}} = \Delta E_{\text{增}}$ 列关系式，通过已知量求出未知量

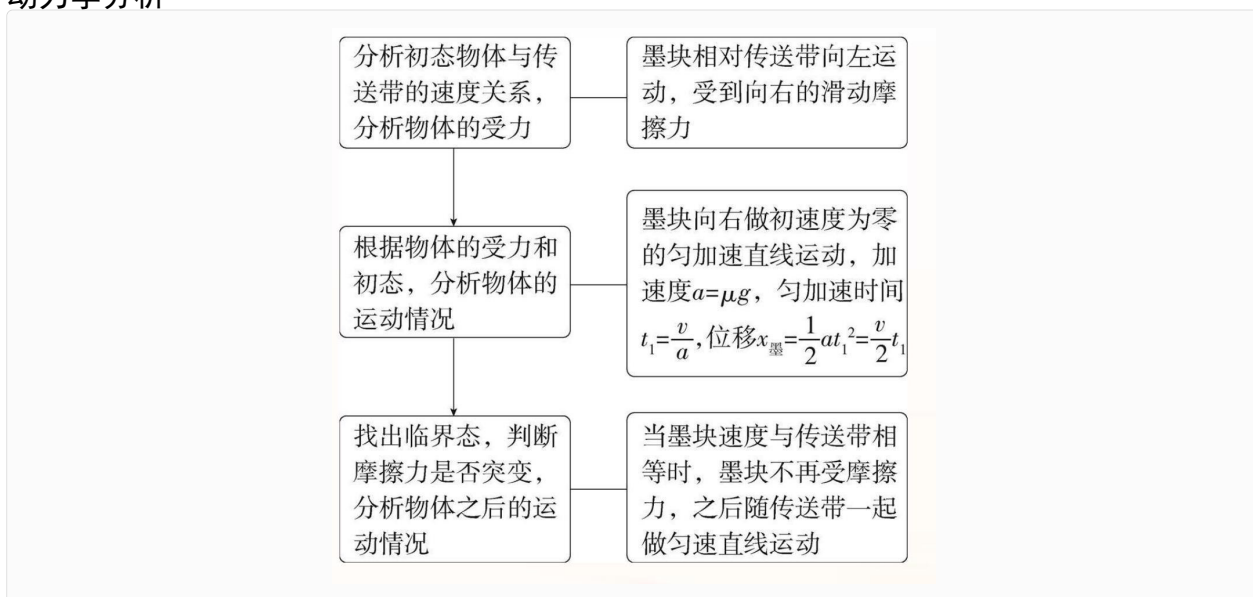
4.3 微专题 2 动力学和能量观点相结合的两类典型模型

4.3.1 题型 1 传送带模型

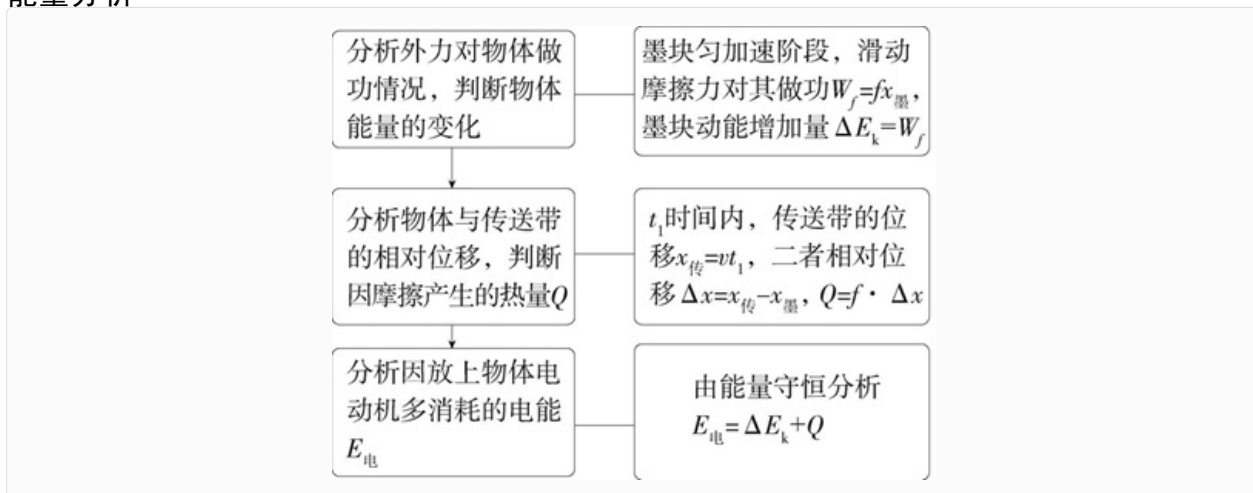
如图所示，传送带在电动机带动下，始终以速度 v 匀速转动。将质量为 m 的墨块轻放在水平传送带上（初速度可忽略不计）。墨块与传送带间的动摩擦因数为 μ ，传送带足够长，重力加速度为 g 。



动力学分析



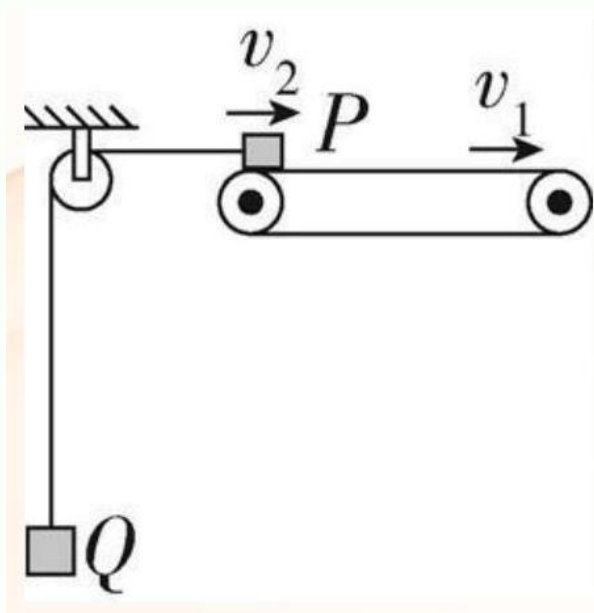
能量分析



能力进阶

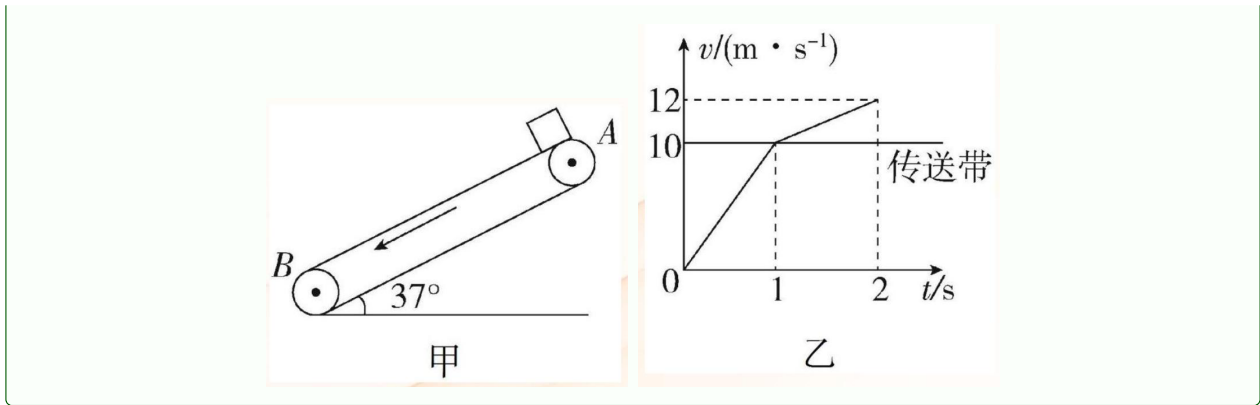
典例 1 (2024 届辽宁沈阳育才学校二模)(多选)如图,水平传送带一直以速度 $v_1 = 6 \text{ m/s}$ 顺时针转动,小物体 P Q 质量均为 1 kg ,由跨过定滑轮且不可伸长的轻绳相连, $t = 0$ 时刻 P 在传送带左端具有向右的速度 $v_2 = 10 \text{ m/s}$, P 与定滑轮间的绳水平,不计定滑轮质量和摩擦。小物体 P 与传送带之间的动摩擦因数 $\mu = 0.6$,传送带水平长度 $L = 15 \text{ m}$,绳足够长, $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。关于小物体 P 的描述正确的是 ()

- A. 小物体 P 从传送带左端离开传送带
- B. 小物体 P 在传送带上运动的全过程中,加速度一直不变
- C. 小物体 P 向右运动的过程中在传送带上留下的划痕长度为 9 m
- D. 小物体 P 向右运动的过程中和传送带之间因摩擦产生的热量是 60 J



进阶 (倾斜传送 · 结合图像) (2024 届湖南常德一中月考三) 如图所示,倾角为 37° 的传送带以恒定速度逆时针转动,在传送带顶端 A 处无初速度释放一个质量为 $m = 2 \text{ kg}$ 的货物 (可视为质点),经过 2 s 到达传送带的 B 端。货物与传送带的速度随时间变化图像如图乙所示, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$ 。下列说法正确的是 ()

- A. A B 两点相距 15 m
- B. 货物与传送带间的动摩擦因数为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. 货物从 A 运动到 B 过程中,传送带对货物做的功为 48 J
- D. 货物从 A 运动到 B 过程中,货物与传送带摩擦产生的热量为 48 J



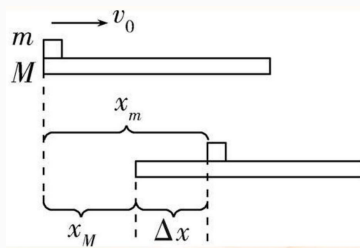
4.3.2 题型 2 滑块—木板模型

动力学分析

对滑块和木板进行受力分析，利用牛顿第二定律计算各自的加速度，分析滑块和木板的运动时间、速度关系和位移关系。可以画出滑块和木板的速度随时间变化的图像，帮助分析和理解二者的相对运动情况。

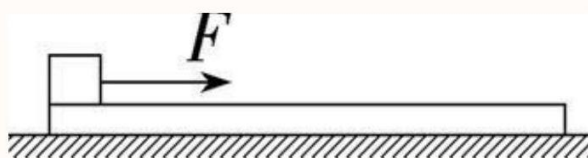
能量分析

1. 对于滑块与木板相对静止的过程：由于相对位移为零，故滑块与木板所受的一对静摩擦力做功不产生内能。
2. 对于滑块与木板相对滑动的过程
 - (a) 利用动能定理和功能关系分析滑块和木板各自的能量，分析系统能量的转化和转移。
 - (b) 注意区分三个位移（如图所示）
 - i. 计算摩擦力对滑块做功时，用滑块相对地面的位移 x_m ；
 - ii. 计算摩擦力对木板做功时，用木板相对地面的位移 x_M ；
 - iii. 计算滑块和木板间因摩擦产生的热量时，用滑块相对木板的位移 Δx 。



典例 2

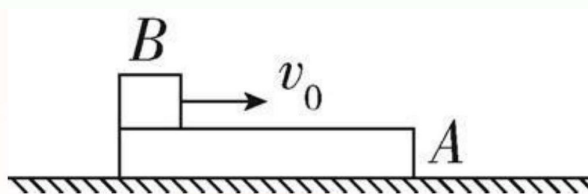
如图所示，水平地面上有一足够长的木板，长木板的质量为 $m_1 = 2 \text{ kg}$ ，长木板的左端放有一质量为 $m_2 = 1 \text{ kg}$ 的小铁块（可视为质点），已知木板与地面间的动摩擦因数为 $\mu_1 = 0.1$ ，铁块与木板间的动摩擦因数为 $\mu_2 = 0.5$ ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，木板与铁块均静止。现施加一水平向右的力 F 作用在铁块上（重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ）。



- (1) 当作用力为 $F_1 = 4 \text{ N}$ 时, 求作用 3 s 后铁块的速度大小和 3 s 内因摩擦产生的内能。
- (2) 当作用力为 $F_2 = 8 \text{ N}$ 时, 求作用 3 s 后铁块的速度大小和 3 s 内因摩擦产生的内能。

典例 3

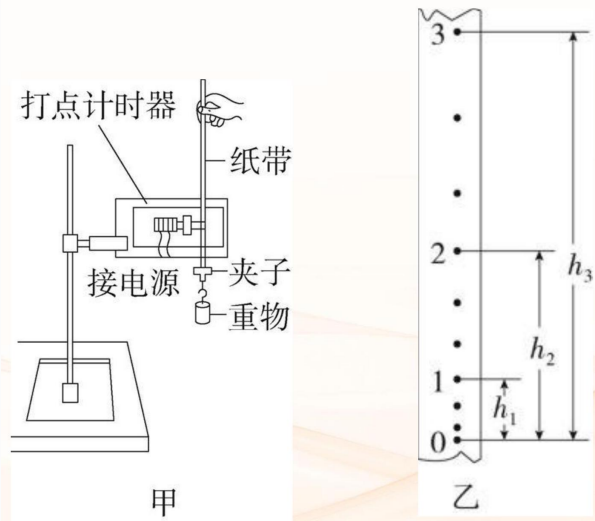
一块质量为 M 、长为 l 的长木板 A 静止放在光滑的水平面上, 质量为 m 的物体 B (可视为质点) 以初速度 v_0 从左端滑上长木板 A 的上表面并从右端滑下, 该过程中, 物体 B 的动能减少量为 ΔE_{kB} , 长木板 A 的动能增加量为 ΔE_{kA} , $A B$ 间因摩擦产生的热量为 Q , 下列说法正确的是 ()



- A. $A B$ 组成的系统动量、机械能均守恒
- B. ΔE_{kB} ΔE_{kA} Q 的值可能为 $\Delta E_{kB} = 7 \text{ J}$, $\Delta E_{kA} = 2 \text{ J}$, $Q = 5 \text{ J}$
- C. ΔE_{kB} ΔE_{kA} Q 的值可能为 $\Delta E_{kB} = 5 \text{ J}$, $\Delta E_{kA} = 3 \text{ J}$, $Q = 2 \text{ J}$
- D. 若增大 v_0 和长木板 A 的质量 M , B 一定会从长木板 A 的右端滑下, 且 Q 将增大

5 实验验证机械能守恒定律

5.1 实验原理及装置图



求出重物的重力势能的减少量 and 对应过程动能的增加量，在实验误差允许范围内，若二者相等，说明机械能守恒，从而验证机械能守恒定律。

5.2 操作要领及注意事项

1. 如何安装打点计时器和纸带：使两限位孔在同一竖直线上，以减小摩擦力；纸带沿竖直方向拉直。
2. 如何选择重物：选用密度大、体积小的重物。
3. 实验操作时应注意哪些细节：实验时，应先接通电源，让打点计时器正常工作后再松开纸带，让重物从靠近打点计时器处下落。
4. 如何进行速度的计算：速度不能用 $v = gt$ 或 $v = \sqrt{2gh}$ 计算，应根据纸带上测得的数据，利用 $v_n = \frac{h_{n+1} - h_{n-1}}{2T}$ 计算。

5.3 数据处理

方法一：利用起始点和第 n 个点

选择开始的两点间距接近 2 mm 的一条纸带，选取打的第一个点为起始点，在实验误差允许范围内若满足 $mgh_n = \frac{1}{2}mv_n^2$ ，则机械能守恒定律得到验证。

方法二：任取两点 $A B$

如果在实验误差允许范围内满足 $mgh_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$ ，则机械能守恒定律得到验证。

方法三：图像法

在实验误差允许范围内若 $\frac{1}{2}v^2 - h$ 图线是一条过原点且斜率为 g 的倾斜直线，则机械能守恒定律得到验证。

5.4 误差分析

1. 系统误差

(1) 产生原因: 本实验中因重物和纸带在下落过程中要克服各种阻力(空气阻力、打点计时器阻力)做功, 故动能的增加量 ΔE_k 稍小于重力势能的减少量 ΔE_p , 即 $\Delta E_k < \Delta E_p$ 。

(2) 改进的方法: 调整器材的安装, 尽可能地减小阻力等。

2. 偶然误差

(1) 产生原因: 本实验在长度测量时会产生误差。

(2) 减小误差的方法: 测下落距离时都从起始点量起, 一次将各点对应的下落高度测量完, 或者多次测量取平均值来减小误差。

5.5 其他方案

方案一 利用数据采集器研究动能和重力势能转化所遵循的规律

转换测量物理量: 改变 θ 角, 通过细线拉力最大值和最小值的关系图像验证机械能守恒定律:

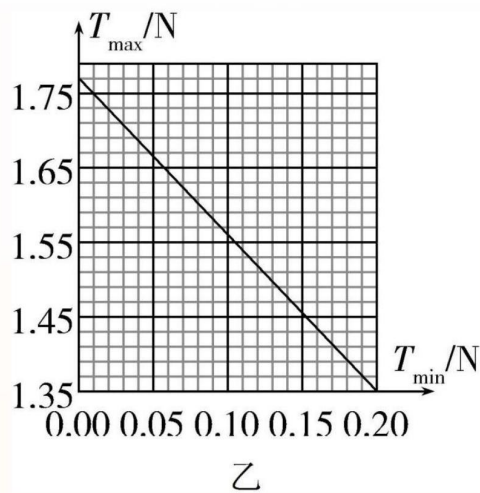
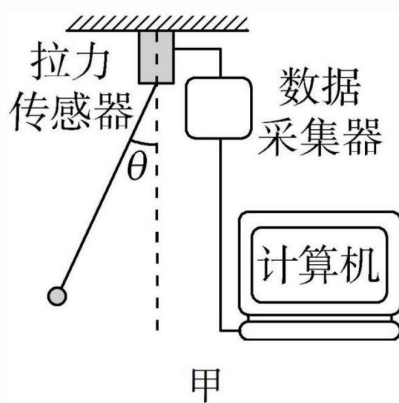
$$T_{\max} - mg = \frac{mv^2}{l} \quad T_{\min} = mg \cos \theta$$

若机械能守恒, 则有

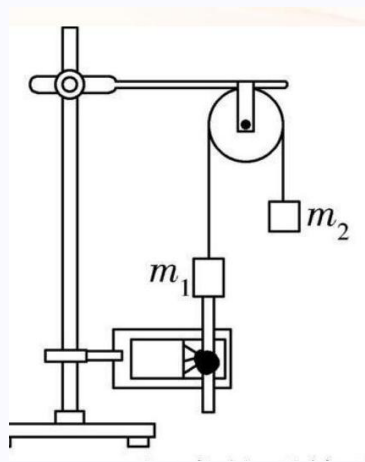
$$mg(l - l \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

从而得到

$$T_{\max} = 3mg - 2T_{\min}$$

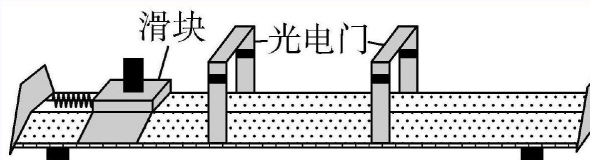


方案二 用定滑轮验证系统机械能守恒



以 m_1 m_2 组成的系统为研究对象，验证系统机械能守恒。

方案三 研究弹性势能与动能变化量之间的关系



压缩弹簧，释放后弹力作用于滑块，研究弹性势能变化量和动能变化量之间的关系。